

四 旋转、平移和轴对称



(一)单元教学目标

- 1.结合实例,感知旋转、平移和轴对称现象,能辨认简单图形平移后的图形。
- 2.通过观察、操作等实践活动,体会旋转和平移的特点,初步认识轴对称图形的一些基本特征。
- 3.经历物体或图形的旋转、平移或对折的过程,培养学生观察、操作的能力,建立初步的空间观念。
- 4.在初步认识、欣赏旋转、平移现象和轴对称图形的过程中,增强对身边与旋转、平移、轴对称有关的事物的好奇心,激发学习数学的兴趣。



(二)单元内容分析

本单元分两个小节介绍旋转、平移和轴对称的现象。

本单元在编写时注意了以下几个方面:

- 1.注重联系学生的生活实际。

在生活中,学生经历了许多具有旋转、平移和轴对称现象的事物。所以教科书在编写时选取了生活中丰富的实例,引导学生观察、比较、体会,初步认识旋转、平移和轴对称现象。例如,水龙头的开与关、风车的转动等旋转现象,坐滑梯、推积木等平移现象,蝴蝶、天平、交通标志等图案的轴对称现象。这样有助于学生感受旋转、平移和轴对称的存在,有利于学生空间观念的形成。

- 2.体现多样化的学习方式。

教科书不但多次展示了生活实例,让学生感知旋转、平移和轴对称现象,而且还多次安排了实践操作活动,通过让学生转一转、推一推、折一折,帮助学生进一步体会旋转、平移和轴对称的特点。如做几个旋转与平移的动作;再如把一张纸对折,剪一剪并展开,体会轴对称图形的特征。这样有利于帮助学生积累体验,培养初步的空间观念。

3.结合轴对称知识设置数学文化内容。

数学文化不仅包括数学史、数学故事,也包括数学在社会生产、生活中的广泛应用。教科书在本单元后面安排了“建筑中的对称”,让学生感受到现实生活中的各种建筑物所表现的对称美。

[单元教学重点] 正确感知旋转、平移和轴对称的特点。教科书充分关注学生已有的生活经验,安排了大量的具体事例,帮助学生直观地感受常见的旋转、平移和轴对称现象,并且通过一些实践活动,进一步感知它们的特征。教科书的这些编排,能有效地突出重点,帮助学生初步掌握旋转、平移和轴对称的有关特点。

[单元教学难点] 轴对称图形的判断。旋转与平移均是由一个物体或图形进行运动的结果。轴对称图形则不然,它是指“沿某一直线对折,对折后折痕两边的部分能够完全重合”的图形。学生由于受刚刚所学旋转、平移现象的影响,可能会产生一定的思维定式。为突破这一难点,教科书精选内容,给出一些简单且有意义的图案,供学生观察、想象,再在课堂活动中安排“剪一剪”等活动,让学生进一步体会轴对称图形的特征。这样能有效地突破难点,帮助学生初步认识轴对称图形。



(三)单元教学建议

1.要结合实际生活中学生熟悉的事物的运动,使学生认识、感知旋转、平移与轴对称的现象。

教科书中呈现的都是比较典型的事例,便于学生观察和想象。教学时,教师不必做过多的分析和阐述,而应重视学生的感性认识,让学生在观察中去比较和体会旋转、平移和轴对称现象的特点。结合课堂活动,让学生多做几个动作,多举一些例子,从而进一步感知旋转、平移和轴对称的特点。

2.重视观察和操作活动,引导学生用多种感官参与学习。

学生对旋转、平移和轴对称现象的感知,很大程度上要依赖于观察活动。教学时要指导学生观察的要点,即先看什么,后看什么,还要让学生把观察与想象结合起来。例如,看见小孩推积木,就要联想他是怎样推的,把小孩推积木的过程像放电影一样在头脑中放一遍,这样学生才能从中理解什么是平移现象。

学生对以上现象的感知还依赖于操作活动。教学中要加强操作活动,如用物体做旋转、平移的运动;把一张纸对折,任意剪几刀,再展开等。

3.要加强师生之间的交流。

学生观察之后,要让学生说一说他们的想法;学生动手操作后,要让学生展示他们的作品。教师要给予适当的指导和评价,这样更能强化学生对旋转、平移和轴对称现象的理解。

4.重视现代教学手段的运用。

有条件的学校,教师可以借助多媒体课件,形象地演示旋转、平移和轴对称的现象,让学生在直观的演示中准确地感知旋转、平移和轴对称现象。

第1节“旋转与平移现象”安排了3个例题、1个课堂活动和1个练习,建议用2课时完成教学。第1课时教学例1,完成课堂活动第1题的前半部分,第2题的前半部分,练习十六第1题;第2课时教学例2、例3,完成课堂活动第1题的后半部分,第2题的后半部分和第3题,练习十六第2~5题。

★例1选取了学生熟悉的开与关水龙头、玩风车、踩滚筒、转方向盘、坐转椅、风力发电叶片的转动、飞机螺旋桨的转动等事例做素材,让学生结合实际,观察和想象它们的运动特点,体会旋转现象。

(1)教学例1时,要尽量设法让“静”图动起来。例如,用多媒体课件演示,也可以用实物演示,或者让学生玩一玩风车,在玩的过程中观察它是怎样“动”的。

(2)观察时要注意,这些物体在转动过程中都有一个中心点固定不动,并且整个物体是绕这个中心点按顺时针方向或逆时针方向转动的。

(3)学生感知了旋转现象后,要求学生再说一说生活中还有哪些旋转现象,以此来加深对旋转现象的理解。

(4)还要注意:旋转是物体或图形运动变化的一种形式,只是位置发生了变化,大小和形状都没有发生变化。



四 旋转、平移和轴对称

旋转与平移现象

1 旋转。



议一议 你还见过哪些旋转现象?

★例2是用情境图呈现生活中的平移现象。画面通过玩滑梯、推积木、小猴表演等事例,说明生活中有大量的平移现象。让学生观察这些事例,想象它们的运动特点,体会平移现象。

(1)教学例2时,除了想办法让“静”图动起来之外,还应让学生清楚,推积木是沿水平方向的平移现象,小猴表演是沿竖直方向的平移现象,玩滑梯则是沿斜方向的平移现象。以此

说明,一个物体或图形可以向任何一个方向做平移。

(2)要求学生说一说生活中的平移现象,以便更好地掌握平移的特点。

(3)平移和旋转都是物体或图形运动的方式,可引导学生回忆旋转的现象,并加以比较,感知和体会两种方式的不同,从而形成比较清晰的表象。

(4)要注意的是,平移和旋转作为物体的两种不同运动方式或图形变换方式,它们之间也有共同的地方,如物体(或图形)都只是在位置上发生了变化,物体(或图形)的大小或形状没有发生变化。

★例3是学生在感知了平移现象后,在此基础上辨认简单图形平移后的图形。

(1)例题中给出了沿不同方向平移后可以重合的图形,还有平移后不能重合的图形,要求学生自己去判断,并全班交流。

(2)如果学生对想象平移后的图形有困难,教师可给予必要的提示。如剪

出其中的一个图形做平移的演示,学生的思路会豁然开朗。

(3)对于大熊猫图,无论怎样平移,都不会重合。如果学生说出先旋转,再平移,也能重合,教师应给予肯定。但不要求每个学生都达到这个水平。

2 平移。



3 下面哪些图形通过平移可以互相重合?



★课堂活动第1题,可以配合例1、例2的教学。因为例1、例2不是同一课时完成,所以本题自然地分成两部分来完成。

(1)旋转与平行的动作可以有多种方式,只要能体现旋转和平移的特征,都是可以的。

(2)做旋转或平移的动作时,教师可以先示范。让学生做时,要注意纠正不正确的做法,以达到正确理解的目的。

(3)也可以与同桌合作,一人做,另一人看其做得是否正确,并交流各自的体会。

★课堂活动第2题的活动和第1题相同,教学时也应分为两部分,分别配合例1、例2的教学。

(1)旋转纽扣时,要求学生用一根线的一端拴住1颗纽扣,用手拿住线的另一端做旋转动作。注意拿线的手最好不动,另一只手抓紧纽扣并把线拉直绕手旋转。教师可以示范。

(2)小兔推箱子的活动,可以先让学生想象一下箱子运动的过程,然后让学生选一件物品做平移活动。例如,选文具盒,把它放到桌面上,从桌面的一边推向另一边等。

★课堂活动第3题是变换不同方向进行平移的活动。箱子的平移方向比较容易判断,进行时可以先让学生在书上画一画变换的方向,然后再交流。

练习十六安排了5道练习题。

★第1题配合例1教学。判断时应引导学生关注每幅图中物体运动的特征,并要求学生清楚地表达。例如,第1幅图中钟面上时针和分针的运动是旋转。

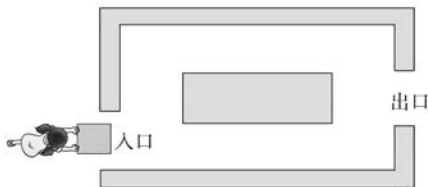
课堂活动

1. 做几个旋转与平移的动作,并和同桌交流。

2. 做一做。



3. 说一说,怎样通过平移,把箱子从入口推到出口。



练习十六

1. 下面哪些是旋转现象?



2. 下面哪些是平移现象?



3. 在平移现象后面画“△”，在旋转现象后面画“○”。

- | | |
|-----------------|-----|
| (1) 货物被直线传送带传送。 | () |
| (2) 飞机螺旋桨的转动。 | () |
| (3) 电冰箱门的开与关。 | () |
| (4) 电梯门的开与关。 | () |
| (5) 汽车行驶时车轮的转动。 | () |

4. 把通过平移可以互相重合的图形用线连起来。



5. 下面哪些是旋转现象? 哪些是平移现象?



72

★第2题配合例2教学。判断时引导学生关注每幅图中物体运动的特征,并要求学生能清楚地表达。例如,第1幅图中计数器上算珠的运动是平移,第2幅图中钟摆的运动是旋转。另外,还可以回到第1题,看第2幅图,让学生运用刚学到的知识进行描述,开关窗户的运动是平移。

★第3题是没有示意图的文字判断题,需要依靠学生的生活经验和想象力的支持来完成。教学时教师可以充分放手,让学生独立判断,然后交流。个别学生有困惑时,教师应给予具体的帮助。

★第4题配合例3教学,但本题的难度要大于例3。因为它们均是人头像,须仔细辨认,找出它们之间的细微差别后,方能正确连线。教学时可以先让学生观察,找出形状相同并且角度也相同的头像,然后再连线。

★第5题属于旋转、平移综合在一起的题目,需要学生仔细观察,并认真分

析。例如,第2幅图,学生可能会笼统地说火车的运动是平移,这是片面的说法。应让学生清楚:火车的运动既有旋转,也有平移,车轮的运动属于旋转,车身的运动属于平移。要根据具体情况,引导学生做出正确的判断。

第2节“初步认识轴对称图形”，结合实例图片，通过观察、操作等活动，帮助学生初步认识轴对称图形。本节安排了3个例题、1个课堂活动和1个练习，建议用1课时完成教学。

★例1给出了一组图片，主要是帮助学生感受生活中的轴对称现象，并借助想象去感受物体的对称美，为后面学习轴对称图形做好认知准备。

(1)教学时要求学生先看一看，再说一说它们的共同特征，然后再告诉学生：“这些都是对称的。”并要求学生结合自己的生活经验，找出一些具有对称特征的物体，然后在小组内交流。

(2)也可以另选两幅不对称的实物图片，与例题中的图片混在一起，要求学生对此进行分类。在分类中明确有些物体是对称的。

(3)注意例题中的图片，既有左右对称，也有上下对称，这样能为学生全面认识轴对称图形做好孕伏。

(4)还可以借助课件把上面的实物图片进一步抽象为平面图形，引导学生通过对折发现轴对称图形的基本特征，并初步描述轴对称图形的意义。如果采用这种教法，可把例1、例2、例3的内容糅合在一起，也能达到本节的教学目标。


初步认识轴对称图形

1 看一看。



这些都是对称的。



真漂亮呀！

2 看一看，想一想。









你发现了什么？



这些图形都是对称的。

73 

★例2安排了5个平面图形让学生观察，抽象程度明显高于例1的实物图片。对这5个图形从不同角度进行观察，都能感受到它是对称的，其目的是让学生初步感知轴对称图形，为例3认识轴对称图形做准备。

(1)教学时可以创设一定的情境，引导学生从学过的几何图形入手，然后让学生对这些图形进行观察，自己发现这些图形的共同特征。

(2)也可以做出这些图形的纸片，让学生一边观察，一边操作，从而发现它们的共同特征。

★例3是在例1、例2的基础上,要求学生动手折一折,从而引出轴对称图形。

(1)教学时让学生准备一张长方形纸片,并对折。学生可以采用不同的方法对折,即可以沿两条长的中点对折,也可沿两条宽的中点对折,并交流展示。

(2)本例题重在引导学生操作,让学生去发现“折痕两边的部分完全重合”的事实,而不能只是教师演示。

(3)例2、例3的区别在于:例2只是观察,让学生在直观上感知轴对称图形的特征;例3重在操作,在具体的活动中进一步感知、验证轴对称图形的特征。所以,例2、例3的教学合并在一起,可能效果会更好一些。

(4)本例没有教学“对称轴”概念的任务。

★课堂活动第1题配合例1教学,主要是让学生借助表象去说一说生活中的对称现象,强化对轴对称现象的感受。举例时,不仅可举一个人伸出的两只手,还可举黑板、窗户、乒乓球台、篮球场等。

★课堂活动第2题是让学生在操作中进一步感受对称现象。因为学生观察时不仅看到两个墨渍对称,还会看到折痕,这就为以后学习对称轴埋下伏笔。

★课堂活动第3题是让学生利用对

轴对称图形的初步认识,动手做轴对称图形。通过这个活动,帮助学生进一步积累感性认识,丰富对轴对称图形的体验,锻炼学生的实践能力。

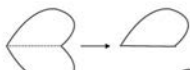
(1)让学生做轴对称图形时,要加强指导,做到扶放得当。教师可做示范,并在示范过程中提醒学生注意操作程序,启示学生思考“为什么要这样做”以及“还可以怎样做”,在此基础上让学生从模仿走向富有个性的“创作”。

(2)课前要布置学生准备相应的操作材料,如小剪刀、长方形纸、方格纸等,以保证操作活动顺利有效地进行。

3 折一折。



对折后折痕两边的部分完全重合。



这样的图形是轴对称图形。



课 堂 活 动

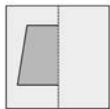
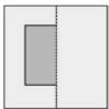
1. 说一说生活中的对称现象。



2. 做墨渍图。



3. 剪一剪,看一看。



沿虚线对折,剪下图形并打开,看看是什么图形。

练习十七安排了4道练习题。

★第1题,让学生从一些熟悉的图案中找出轴对称图形。其中的第(1)(2)(4)(5)(7)(8)图都是轴对称图形。教学时还可以补充一些生活中常见的轴对称图形让学生判断。例如,“喜”字以及剪纸中的对称图形,还有阿拉伯数字及英文字母等。

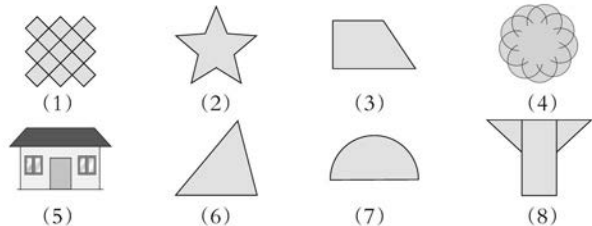
★第2题猜一猜是让学生在放飞思维的过程中进一步加深对轴对称图形的理解。教学时可以先让学生独立思考,然后同桌或小组交流。图案的名称依次为奥运会会徽、蝴蝶、五角星、汽车。

★第3题通过折一折、剪一剪,让学生在操作中进一步获得对轴对称图形的理解。教学时可以先让学生按教科书上的要求去剪,也可以让学生自己设计图形后再剪。这样会得到各种各样的轴对称图形,从而增强学生对轴对称图形的认识。

★第4题结合学生对剪纸方法的初步体会和对轴对称图形的初步认识,进行图形间的选择配对。该题既有一定的趣味性,也有一定的挑战性。教学时教师可以在课前准备好相应的剪纸作品,通过演示,帮助学生检验自己的选择是否正确。

练习十七

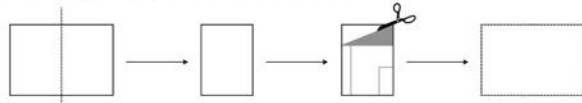
1. 下面哪些图形是轴对称图形?



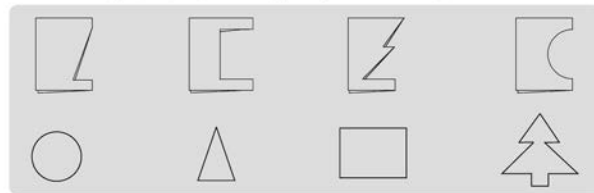
2. 猜一猜,并把完整的图案名称写在横线上。



3. 折一折,剪一剪,看看打开是什么图形。



4. 下面的图形各是从哪张纸上剪下来的? 连一连。



★数学文化“建筑中的对称”是通过一位小朋友外出旅游所拍摄的照片为线索,介绍了一些中外著名的对称建筑,以拓宽学生的知识视野,帮助学生体会“对称”的科学性与美学价值。



建筑中的对称



上海世博会中国馆



重庆人民大礼堂



英国伦敦大桥



印度泰姬陵



河北赵州桥

这些建筑都是对称的。

真美呀!



1. 本部分数学文化的学习,没有数学知识与技能方面的要求,但有情感方面的要求,以激发学生的兴趣为主。

2. 对于书上的几幅图片,可以在学习对称现象时结合使用。把这些建筑通过课件演示给学生观看,从而感受生活中建筑的对称美。

3. 在让学生欣赏图片时,教师要提醒学生注意这些建筑物在造型上的共同特征,并让学生说一说自己的感受。如果有学生亲眼见到过其中的某些建筑,可以让他们再做一些具体的描述。

4. 应鼓励学生在课外搜集其他的一些著名的对称建筑的相关图片,以及某些国家的国旗、交通标志等图案,并在适当的时候组织交流活动,以激发学生的学习兴趣。

5. 还可以让学生在自己家的周围找一找对称的建筑,体会数学与生活的密切联系。



(四)单元教学资源

1.几何变换的初步概念

在现实生活中,我们会遇到物体的各种运动与变化。例如,将一块三角板移动位置,把一张照片放大若干倍等。在这些变化过程中,物体的某些性质发生了变化,而某些性质却保留了下来。例如,移动三角板,三角板的位置变了,但形状、大小都不变;放大照片,照片中物体的大小变了,但形状没变。

从数学的角度看,物体的运动与变化,可以抽象为图形的变换。

将几何图形按某种法则或规律变成另一个几何图形的过程叫作几何变换。

在某一变化下,图形的某些性质保持不变,叫作关于这个变换的不变性。

在某一变化下,与图形有关的某个量保持不变,叫作关于这个变换的不变量。

平面上的初等几何变换,与小学数学有关的主要是全等变换和相似变换。

2.全等变换

平面上的点到该平面上点的一个一一对应,如果任意两点 A, B 之间的距离与其对应点 A' 与 B' 之间距离相等,即 $|AB|=|A'B'|$,这个变换叫作全等变换。也称保距变换或合同变换。

显然,在全等变换下,图形的形状、大小都不变。

3.相似变换

平面上的点到该平面上点的一个一一对应,如果任意两点 A, B 之间的距离与其对应点 A' 与 B' 之间的距离都有 $|AB|=k|A'B'|$ ($k>0$),这个变换叫作相似变换,也称保角变换,常数 k 叫作相似变换的相似比。

显然,在相似变换下,图形的大小变了,但形状不变。

当 $k=1$ 时,相似变换就是全等变换。

4.特殊的全等变换

全等变换的特殊情况有平移变换、旋转变换和轴对称变换。

(1)平移变换。

我们把既有长度,又有确定方向的线段叫作有向线段。

在平面上把任意一点 P 沿着有向线段 $\overrightarrow{AA'}$ 的方向移到点 P' ,使 $|PP'|=|AA'|$ 的变换,叫作平移变换,简称平移。

在平移变换下,连接对应点的线段平行(或在同一直线上)并且相等。

一般地,平移变换前后两个图形全等。

(2)旋转变换。

在平面上把任意一点 P 绕定点 O 旋转一个定角 θ 变到点 P' 的变换,叫作旋转变换,简称旋转。定点 O 称为旋转中心,定角 θ 称为旋转角。

根据上面的定义,确定旋转变换的要素是旋转中心和旋转角。为了简化,可以规定旋转角的取值范围是 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$,这就需要确定旋转的方向是顺时针或逆时针。至于旋转中心,则可以在图形上,也可以在图形外。

在旋转变换下,对应点到旋转中心 O 的距离相等;每一点都绕旋转中心旋转了同样大小的角度。

一般地,旋转变换后图形的形状、大小都没有发生变化。

(3)轴对称变换。

平面上任意一点 P ,如果 P 与其对应点 P' 所连线 PP' 被定直线 l 垂直平分,这样的变换叫作轴对称变换,也叫轴反射变换。定直线 l 叫作对称轴,也叫反射轴。点 P 与点 P' 叫作关于直线 l 的对称点。

特别的,若点 P 在定直线 l 上,则它的对称点就是 P 本身。

轴对称变换也可以说成是:平面上任意一点 P ,围绕定直线 l 旋转 180° ,与其对应点 P' 重合。这里的旋转不是平面内的旋转,而是空间的旋转,更通俗的说法是“沿着直线翻折”或“对折”。

显然,确定轴对称变换的关键在于找到对称轴。

①轴对称与轴对称图形。

轴对称变换常被用来研究两个图形的位置关系(对称关系)或一个图形的特殊形状(对称性)。

两个图形,如果把其中一个图形沿着某一条直线对折,能与另一个图形重合,我们就说这两个图形成轴对称,这条直线叫作对称轴。

一个图形,如果沿着某一条直线对折,直线两旁的部分能够完全重合,那么这个图形叫作轴对称图形,这条直线就是它的对称轴。

由此可见,轴对称和轴对称图形是两个完全不同的概念,但它们之间又有联系,可以相互转化。

在小学阶段的常见图形中,线段和角都是轴对称图形。此外,等腰三角形、等腰梯形、长方形(包括正方形)、圆等,也都是轴对称图形。其中圆的任何一条直径所在的直线都是它的对称轴,因此圆有无数条对称轴。

②轴对称变换与平移变换、旋转变换的关系。

首先,这3种变换都能保持图形的形状、大小不发生变化,它们都是全等变换。

其次,连续进行2次轴对称变换,如果对称轴平行,那么这2次变换的最后结果相当于1次平移变换,平移的方向与对称轴垂直,平移的距离为两条对称轴之间距离的2倍。简略地说,2次翻折(对称轴互相平行)相当于1次平移。如果2条对称轴相交,那么这2次轴对称变换的最后结果相当于1次旋转变换,旋转中心为对称轴的交点,旋转的角度为2条对称轴夹角的2倍。简略地说,2次翻折(对称轴相交)相当于1次旋转。

上面结果反过来也成立。即1次平移变换可以由2次轴对称变换(对称轴平行)代替;1次旋转变换,也可以由2次轴对称变换(对称轴相交)替换,它们的变换方式不同,但效果完全相同。

认识3种全等变换之间的联系,有助于我们理解变换前后图形的相对位置关系及其对应点的关系。

此外,工艺美术、建筑设计等众多领域,都在拓展应用几何的对称概念。