

# 2015

## 小学数学教育问答 (互动答疑)

(2015年第7期·总字第12期·2015年11月)

西南师大版义务教育小学数学教科书编写组

西南师大出版社·基础教育分社(重庆·北碚)

### 问题与回答

(1) 对义务教育教科书六年级上册第一单元“分数乘法”第一个例题中的两个解答式之一： $4 \times \frac{1}{5} = \frac{4 \times 1}{5} = \frac{4}{5}$ (个)提出质疑，并希望给予解答。

**回 答** 先看看书上这个例题：

西南师大版“数学教学参考书(六年级上册)”第11页,对例1的解读如下:

“例1从单元主题图中每人吃 $\frac{1}{5}$ 个饼的问题情境引入,借助同分母分数相加和整数乘法知识,讨论分数乘法的意义和计算法则。教学时,应让学生经历数据收集、

分析、列式和讨论计算法则的全过程。教师指导学生读图，找出已知信息和要求的问题，放手让学生去列出算式和按自己的理解进行计算，并初步说出分数乘整数应该怎样计算。教师可以根据学生的列式，提出‘列出 $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ ，你是怎么想的？’‘列出 $\frac{1}{5} \times 4$ ，你是怎么想的？’（提示：书上的小朋友示意‘4个 $\frac{1}{5}$ 是 $\frac{4}{5}$ ’）。在此基础上，指出分数乘整数的意义跟整数乘法一样，都是求几个相同加数的和的简便运算，这里就是求4个 $\frac{1}{5}$ 的和”。

教科书上此处有两个算式：

$$\frac{1}{5} \times 4 = \frac{1 \times 4}{5} = \frac{4}{5} (\text{个}), \quad \textcircled{1}$$

$$4 \times \frac{1}{5} = \frac{4 \times 1}{5} = \frac{4}{5} (\text{个}). \quad \textcircled{2}$$

为什么有人质疑后面一个算式，而不质疑前面一个算式呢？

其实这是一个涉及到：“ $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ ”用乘法书写时，应该怎么写的问题。

我们过去的小学数学教学里，一直使用写法①“ $\frac{1}{5} \times 4$ ”，并认为写法②“ $4 \times \frac{1}{5}$ ”是错的（这就是提出这个问题的人的看法）。新课改以来，《义务教育数学课程标准（2011年版）》（以下简称“课标”）认为：“6个7的和，可以写成 $6 \times 7$ 或 $7 \times 6$ ”（《课标》76页，倒数第9行），即是说两种写法都可以。而对这个问题存在争议，我们不妨再多说几句：

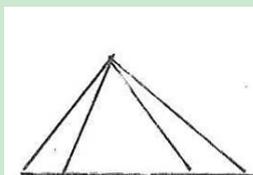
(1) “ $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times 4$ ”。这里的“ $\frac{1}{5}$ ”是“基本量”，“4”是一个“算子”（即变换： $\frac{1}{5}$ 出现4次）。以前写法为“ $\frac{1}{5} \times 4$ ”。理由是“算法优先”，即这里它“算”的次序符合算法顺序：“ $\frac{1}{5}$ ”出现4次，得到“ $\frac{4}{5}$ ”。因此，有人认为写法①是对的（课改前都是这样讲）。

(2) “ $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 4 \times \frac{1}{5}$ ”。现在这样写的理由是“语言优先”，就是“书写的次序应符合语言次序”，即我们对“ $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ ”总是说“4个 $\frac{1}{5}$ 相加”。特别是这种写法，和“代数写法”保持一致。因为，4个 $x$ 相加，代数里写成 $4x$ ，而不会写成 $x4$ 。

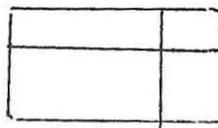
所以有人认为写法②合适，写法①并不合适。

而六年级上册教科书是按《义务教育数学课程标准（2011年版）》编写的。既然《课标》认为两种写法都可以，不论是“算法优先”或是“语言优先”，对两种乘法算式所反映的实际问题的理解，是完全一致的。这其中的道理也很清楚（即有乘法交换律在分数运算中成立）。所以，教科书在解答这个例题时，列出了两个算式，应该说没有什么不当，不必质疑。

(2) 教科书里有一种在组合图形中，要求数出某一种图形（如三角形或长方形）个数的问题。要求不数重，不漏数。如



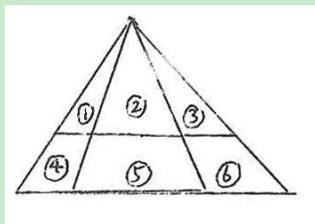
图中有几个三角形？



图中有几个长方形？

请问解决这类数图形数的问题，通常采用什么方法？

**回 答** 通常这种数图形个数问题，为了不重数也不漏数，可以采取给每个单一图形编号的办法，然后依次数出“单一编号”图形个数、“两个编号组合”图形个数、“三个编号组合”图形个数……，最后的总“和”数，就是答案。例如



“单一编号”的三角形有：①、②、③，共3个。

“两个编号”的三角形有：①④、②⑤、③⑥、①②、②③，共5个。

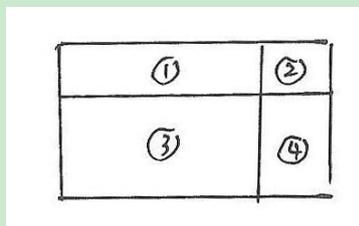
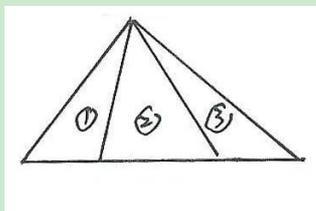
“三个编号”的三角形有：①②③，共1个。

“四个编号”的三角形有：①②④⑤、②③⑤⑥，共2个。

“六个编号”的三角形有：①②③④⑤⑥，共1个。

总共“3+5+1+2+1=12个”三角形。看起来有些麻烦，但实际数数，只需要记下每一类编号的三角形个数，再求和就可以了。

例如下左图有 3+2+1=6 个三角形。下右图有 4+4+1=9 个长方形。



(3) 对义务教育教科书六年级上册第 79 页“分数混合运算”举例（例 2）有不同意见？

**例 2** 计算。

$$\frac{1}{2} \times \frac{5}{8} - \frac{3}{8} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \times \left( \frac{5}{8} - \frac{3}{8} \right)$$

$$=$$

$$=$$

试一试  $24 \times \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right)$        $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} + \frac{5}{7} \times \frac{1}{4}$

怎样算简便？

在分数混合运算中，有时可以应用运算律，使计算简便。

79

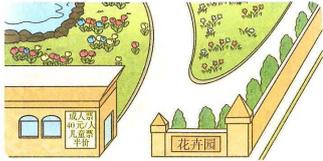
有人提出：教师在教学例 2 时，肯定会说是乘法分配律的逆用。但学生会说我们学的乘法分配律是加法，这里是减法，还是分配律吗？老师怎么办？说“还是分配律，不管加还是减都是”，说“是乘法分配律的推广应用”，或说“是减法运算性质”……

**回 答** 注意到在西南师大版义务教育教科书四年级下册第二单元，第 16 页上的例 5 前，给出的乘法分配律是一个等式： $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$ 。它是由一系列具体的算式：

$(3+2) \times 35 =$	$3 \times (4+6) =$	$(13+12) \times 4 =$
$3 \times 35 + 2 \times 35 =$	$3 \times 4 + 3 \times 6 =$	$13 \times 4 + 12 \times 4 =$

经过学生“算一算”，再思考“每组上、下两个算式有什么关系？”然后归纳出的运算律。从“左”到“右”，或从“右”到“左”相等，学生不会有什么问题。而接下来应用“乘法分配律”做例5，显然没有必要去区分“正用”或“逆用”。经四年级下期的学生自己构建（归纳）出的知识再应用，是不会出现“认识”与“应用”上的障碍的（参阅四年级下册中相应内容）。

**4** 一共需要多少元？  
两种票各买14张。



$$\begin{aligned} (40+20) \times 14 &= 60 \times 14 = 840(\text{元}) \\ 40 \times 14 + 20 \times 14 &= 560 + 280 = 840(\text{元}) \\ (40+20) \times 14 &= 40 \times 14 + 20 \times 14 \end{aligned}$$

**算一算**  $(3+2) \times 35 =$   $3 \times (4+6) =$   $(13+12) \times 4 =$   
 $3 \times 35 + 2 \times 35 =$   $3 \times 4 + 3 \times 6 =$   $13 \times 4 + 12 \times 4 =$

每组上、下两个算式有什么关系？

两个数的和与一个数相乘，可以把两个加数分别与这个数相乘，再将两个积相加，结果不变。这就是乘法分配律。

如果用  $a, b, c$  表示3个数，乘法分配律可以表示为：  
 $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$

**5** 用简便方法计算。

$$\begin{aligned} (100+2) \times 45 &= 100 \times 45 + 2 \times 45 \\ &= 4500 + 90 \\ &= 4590 \end{aligned}$$

利用乘法分配律，用100和2分别乘45，再相加。

$$\begin{aligned} 32 \times 27 + 32 \times 73 &= 32 \times (27 + 73) \\ &= 32 \times 100 \\ &= 3200 \end{aligned}$$

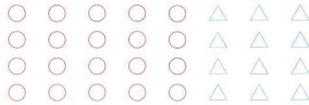
27和73相加正好凑成整百数，用乘法分配律计算简便。

16

选自西南师大版《义务教育教科书·四年级下册》，2014年11月第1版。第16、17页。

**课 堂 活 动**

1. 用不同的方法算一算共有多少块学具，再说一说是怎样想的。



2. 议一议，下面的计算错在哪里，并改正。

$(25+11) \times 4$	$63 \times 25 + 25 \times 37$	$67 \times 99$
$= 25 \times 4 + 11$	$= 63 \times (25 + 25)$	$= 67 \times 100 - 1$
$= 100 + 11$	$= 63 \times 50$	$= 6700 - 1$
$= 111$	$= 3150$	$= 6699$

**练 习 五**

1. 在  $\square$  里填适当的数。

$$(25 + \square) \times 40 = \square \times 40 + 7 \times \square$$

$$8 \times (15 + 125) = 8 \times \square + \square \times \square$$

$$48 \times 5 + 52 \times 5 = (48 + \square) \times \square$$

2. 这块花园的面积是多少？郁金香占地面积比兰花多多少？



3. 用简便方法计算。

$(80+8) \times 125$	$25 \times (6+40)$	$45 \times 17 + 55 \times 17$
$13 \times 25 + 25 \times 27$	$8 \times (125 - 20)$	$38 \times 115 - 38 \times 15$

174

在该册书（四（下））第 17 页（如上所示），接下来的练习五中的第 3 题，就是“用简便方法计算”。其中既有“乘加”，也有“乘减”，均未作什么特殊的解释，都认为是应用运算律进行简便计算。既然四年级下期的学生已经会做了，在对六年级上期的学生，便没有必要再作过多的解释。教师只要在讲“分数运算”或“小数运算”时，强调一句“在整数运算时，所应用的运算律，在小数、分数运算时，都可以应用”即可。因为在小学阶段，所得出的“运算律”或“运算性质”，本身就是通过举几个具体的算式，由学生“算一算”，再用不完全归纳的方法得出。没必要“细分”，谁是“正用”，谁是“逆用”，谁是“推广”等。

所以，到了六年级上册学“分数混合运算”，遇到应用运算律进行简便运算时，重点放在“会应用运算律进行一些简便运算”（《课标》第 21 页倒数 11 行）上，而不必过分对“运算律”本身去“细分”和“探究”。

#### (4) 关于对负数的描述中，为什么不列举分数？

**七 负数的初步认识**

**1 议一议，填一填。**

北京零下 4 度到 3 摄氏度。阿姨说的是零下 4 度，屏幕上怎么显示的  $-4^{\circ}\text{C}$  呢？

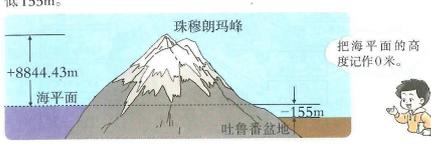
水结冰时的温度是 0 摄氏度，水沸腾时是 100 摄氏度。比 0 摄氏度低的温度，我们用带“-”号的数来表示。

3 摄氏度（零上 3 摄氏度）记作  $3^{\circ}\text{C}$ ，零下 4 摄氏度记作  $-4^{\circ}\text{C}$ 。



**2 世界最高峰珠穆朗玛峰比海平面高 8844.43m，新疆吐鲁番盆地比海平面低 155m。**

把海平面的高度记作 0 米。



87

比海平面高 8844.43m，记作  $+8844.43\text{m}$ ；比海平面低 155m，记作  $-155\text{m}$ 。像  $+3, +15, +8844.43, \dots$  这样的数都是正数。“+3”读作“正 3”。“+”是正号，通常“+”号省略不写。

像  $-6, -10, -155, \dots$  这样的数都是负数。“-6”读作“负 6”，“-”是负号。0 既不是正数，也不是负数。

“-”号可以省略不写吗？

**试一试** 用正数、负数表示下面各地的海拔高度。



华山比海平面高 2000m  
记作  $\quad \text{m}$



死海比海平面低 392m  
记作  $\quad \text{m}$

选自西南师大版《义务教育教科书·六年级上册》，2014 年 6 月第 1 版。第 87、88 页部分。

有人提出：“在对负数的描述中没有出现负分数，这样势必会对学生造成一种误解，负数只有整数和小数。并建议增加负分数例子”。

也有人认为，教科书上“像+3, +15, +8844.43, ……这样的数都是整数”，“像-6, -10, -155, ……这样的数都是负数”。本身就是根据书上提供的温度、海拔高度等实例，来初步认识负数的。书上在例1的解释里，也清楚表明了负数是“用带‘-’号的数来表示”。其中省略号就包涵了没有列举出的负分数、负小数等。这种描述性的定义，在小学阶段不可能列举完所有情况（如小学学习圆周率 $\pi$ ，还需要去介绍负 $\pi$ 吗）。教科书上说到这种“程度”，应该不会造成“误解”。

**回 答** 《义务教育数学课程标准（2011年版）》第21页，对课程内容中关于“负数”在第二学段的要求是：“在熟悉的生活情境中，了解负数的意义，会用负数表示日常生活中的一些量。”教科书上关于“负数的初步认识”所举两例，对学生而言，应属常有接触的范围，细细想来，要举一个关于“负分数”的生活事例（且是学生熟悉的情境），还真有点困难。对于描述性定义的外延列举，的确无需面面俱到。注意到教科书在接下来安排的练习里（如练习二十二），就出现了“ $-\frac{1}{2}$ ”“-7062.68”等，也就可以避免有人认为可能产生的“误解”。因此，我们赞同以上后一种人的看法。

在实际教学中，教师在介绍“什么是负数”时，觉得有必要结合具体情境，多举一些“负数”为例，当然是可以的。教科书这里也给教师教学，留有发挥的空间。